WPISUJE ZDAJĄCY

KOD | **IMIĘ I NAZWISKO ***

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

STYCZEŃ 2016

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **22** strony (zadania **1–16**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Suma wszystkich rozwiązań równania $||x-4|-2|=3$ jest równa

A. 8 **B.** 9 **C.** 12 **D.** 16

Zadanie 2. (0–1)
Ciąg (a_n) jest zdefiniowany rekurencyjnie: $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \dfrac{2a_n}{\sqrt{2}} \quad \text{dla} \quad n \geqslant 1 \end{cases}$

Wskaż wzór ogólny ciągu (b_n), w którym $b_n = a_n + a_{n+2}$ dla $n \geqslant 1$.

A. $b_n = (\sqrt{2})^{n+3}$

B. $b_n = 2^{n+4}$

C. $b_n = 3 \cdot 2^{\frac{n+3}{2}}$

D. $b_n = 4 \cdot (\sqrt{2})^{2n}$

Zadanie 3. (0–1)
Jedyny pierwiastek rzeczywisty wielomianu $w(x) = 2x^3 + (c-5)x^2 + cx - 5$ o współczynnikach całkowitych jest liczbą pierwszą. Zatem parametr c jest równy

A. 19 **B.** 4 **C.** -1 **D.** -4

Zadanie 4. (0–1)
Liczby x, y, z są dodatnie i różne od 1 oraz $\log_x \sqrt{y} = \frac{1}{3}$ i $\log_y \sqrt[3]{z} = \frac{1}{4}$. Wskaż wartość wyrażenia $\log_z \sqrt[4]{x}$.

A. 18 **B.** 1 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (0–1)
Ile różnych funkcji można utworzyć na zbiorze $X = \{-2, -1, 3, 4\}$ o wartościach ze zbioru $Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$?

A. 2880 **B.** 1296 **C.** 360 **D.** 24

BRUDNOPIS

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

W zadaniu 6. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 7–18 rozwiązania zapisz w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

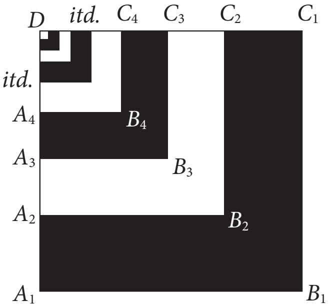
Zadanie 6. (0–2)

Oblicz wartość parametru k, dla której granica $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{kn!-(n-2)!}{(k-2)n!+k(n-1)!}$ jest równa 9.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Na rysunku przedstawiono fragment nieskończonego ciągu na przemian czarnych i białych kwadratów o wspólnym wierzchołku D. Kwadrat $A_1B_1C_1D$ koloru czarnego ma bok długości $3\sqrt{13}$. Długość boku każdego następnego kwadratu stanowi $\frac{2}{3}$ długości boku kwadratu poprzedniego. Oblicz pole obszaru zaznaczonego kolorem czarnym w nieskończonym ciągu tych kwadratów.



Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	6	7
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

W trójkącie prostokątnym ABC, w którym bok AB jest przeciwprostokątną, na boku BC obrano punkt D taki, że $|\sphericalangle DAB| = 2|\sphericalangle CAD|$. Długość odcinka BD jest równa a, a kąt CAD ma miarę α. Wykaż, że $|AD| = \frac{a(1 - 4\sin^2\alpha)}{2\sin\alpha}$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (0–3)

Wykaż, że wielomian $f(x) = 3x^{10} - 5x^6 + 3$ nie ma pierwiastków rzeczywistych.

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin x \cos 3x + \operatorname{tg} x \cos^2 x = 0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f, które tworzą z osią Ox kąt 45°.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–4)

Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie dwie liczby ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$, gdzie $n \geqslant 2$. Wyznacz te wartości n, dla których prawdopodobieństwo wylosowania dwóch liczb różniących się od siebie co najmniej o trzy jest równe $\frac{7}{12}$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

W trapez równoramienny $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, wpisano okrąg o środku S. Odległość punktu S od końców dłuższej podstawy AB jest równa 10, a cosinus kąta ostrego tego trapezu jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole tego trapezu.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Odcinek $A'B'$ jest obrazem odcinka o końcach $A = (2, 6)$ oraz $B = (-4, 4)$ w jednokładności o środku $O = (0, 3)$ i skali $k \neq 0$. Punkt A', który jest obrazem punktu A w tej jednokładności, leży na prostej o równaniu $x + 2y + 10 = 0$. Wyznacz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek $A'B'$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

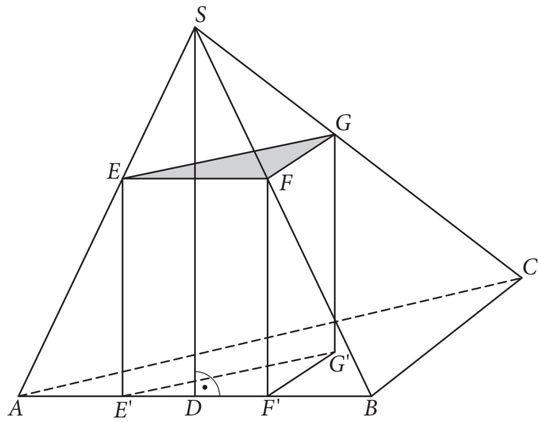
Prosta o równaniu $y=(a-3)x+a+4$ przecina parabolę o równaniu $y=\frac{1}{2}x^2-2ax+a+8$ w dwóch punktach o pierwszych współrzędnych x_1, x_2. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których współrzędne x_1, x_2 spełniają nierówność $x_1^3+x_2^3 \leqslant 9x_1x_2$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Ostrosłup $ABCS$ o podstawie ABC, będącej trójkątem równobocznym, i wysokości SD, gdzie D jest środkiem odcinka AB, przecięto płaszczyzną równoległą do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Punkty E, F, G są punktami wspólnymi płaszczyzny przekroju i krawędzi bocznych ostrosłupa. Punkty E', F', G' leżą na podstawie ABC i odcinki EE', FF', GG' są do niej prostopadłe. Wiedząc, że $|AB| = 12$ i $|SD| = 16$, oblicz, w jakiej odległości od płaszczyzny podstawy należy poprowadzić przekrój ostrosłupa, aby graniastosłup $E'F'G'EFG$ miał największą objętość.



Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**16**
	Maks. liczba pkt	**7**
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS